

有限要素法による室内音場解析

富来礼次、大鶴徹、内田智之

大分大学大学院工学研究科(建設工学専攻博士前課程)

1.序

筆者らの研究室では従来より、有限要素法(Finite Element Method, 以下、FEM)を使用して建築音響における解析を行ってきた。この中で室内音場解析により、非定常音圧応答を導出する手法として 1.時間領域における逐次積分法(SSI)¹⁾²⁾、2.周波数領域におけるインパルス応答解析(伝達関数解析)+逆FFT(IR-IFFT)³⁾、3.モード解析法(Modal)⁴⁾の3者を試みてきた。

一般に音場を予測する際、全ての情報を含むインパルス応答を求めることは重要である。上記のいかなる手法を用いるにせよ、全ての周波数成分を含む理想的なインパルスに対する応答を実用的な数値計算や実験で求めるには困難を伴うであろう。それはFEM等の数値計算では空間と時間を有限幅で分割し近似解析を行う為、解析可能な周波数も有限となることに原因がある。

そこで予め周波数に上、下限や刻み幅を設定すれば周波数領域での応答は求められIR-IFFTが適用できる³⁾⁵⁾。但し、時間や周波数に関する窓関数の考慮が必要である。これに対しSSIでは、逐次、応答を求めていくことから、基本的には、解析時間長の制約が無いという大きな利点がある。その反面、高い周波数成分を含む入力に対しては逐次計算の時間刻み幅を十分小さく設定する必要がある。

本稿では、この2つの手法を用いた筆者らによる最新の研究を概説していく。

2.数値音場解析の大まかな分類⁶⁾

室内音場の数値解析手法は、

- 1.幾何音響に基づく手法
- 2.領域分割法
- 3.境界分割法

に大別することができる。1.は後2者と区別されることもあるが、その単純さ/実用性故に1960年代以降、室内音場の各種応答を求める¹⁾為に用いられてきた。主たるものとして虚像法(Image Source Method)と音線法(Particle Tracing Method)

が挙げられる。

2.と3.は、支配方程式を数値的に解くという一般的な意味での数値解析で用いられる大まかな分類法である。即ち、2.の手法では領域の内部で領域方程式(field equation)が満足されるように近似方程式を作成するのに対し、3.では境界上で境界条件を満たすように近似方程式を作成していく。3.には境界積分方程式法(Boundary Integral Equation Method, BIEM)及びその1形態と言える境界要素法(Boundary Element Method, BEM)があり、2.の代表的なものが差分法(Finite Difference Method, FDM)とFEMである。

FEMでは、波動方程式に重み付き残差法(あるいは系のLagrangian⇔Hamiltonの原理)を適用するが、この際に内挿関数として微積分の容易な関数を仮定することで、計算効率の高いマトリクス運動方程式を得ることができる。

3.本研究の目的

SSIによってインパルスに対する応答を求めようとする場合、入力波形としてどのように数値的疑似インパルスを与えるべきか、という問題が生じる。そこで4章では基礎式の処理方法に関する4種の方法を試行し、それぞれの収束状況、インパルス応答の算定結果を比較することによりどの方法が優れているかを検証する。

またIR-IFFTによりインパルス応答を求める場合、各周波数毎に良好な精度の下で伝達インピーダンスが求められていることが前提となる。そこで5章ではIR-IFFT解析の精度の検証として、拡散板や壁面の凹凸の無い単純で明確な境界条件を持つ残響室を用い、空室及び吸音材を設置して境界条件に変化を加えた場合の音圧分布をIR-IFFTにより解析し、実測したものと詳細に比較・検討した。

これらにより時間領域、周波数領域の両面から室のインパルス応答を求めていこうとするものである。

4.時間領域における逐次積分法(SSI)

4-1.解析手法

FEM音場解析の為の離散化運動方程式は次式で表される¹⁾。

$$[M]\{\ddot{p}\}+[C]\{\dot{p}\}+[K]\{p\}=\rho\omega^2u\{W\} \quad (1)$$

この両辺を積分した形式が次式である。

$$[M]\{\dot{\phi}\}+[C]\{\phi\}+[K]\{p\}=-v\{W\} \quad (2)$$

スピーカ出力に対する音圧応答算定を対象とすれば

- 1.まず外力を時間積分し(1)を解き $\{p\}$ を求める。
 - 2.(2)を解き、 $\{\phi\}$ を微分し $\{p\}$ を求める。
- という2通りがある。これはトーンバースト等の通常の入力波形については両者同じ結果を与えるが、インパルスのように数値計算的に困難を伴う場合は、時間微分を差分で近似する為、両者の結果に相違が生じる可能性が有る。そこで以下この2者を用いて比較する。

また、インパルスを求める手法には、突発的に外力データ1を与えるのが単純だが、数値計算上の誤差の影響を大きくする可能性がある。そこで、雑音環境下でインパルス応答 $h(n)$ を求める実験方法として知られる1、-1の離散データ系列を入力し多数回の平均によりインパルスを求める方法⁷⁾を試行して適用する。

Method①、外力として $\{0,0,..0,1,0,..\}$ を与え、出

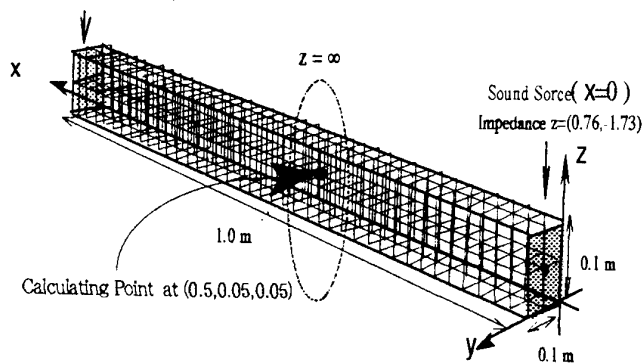


Fig.1 Impedance Tube to be analyse

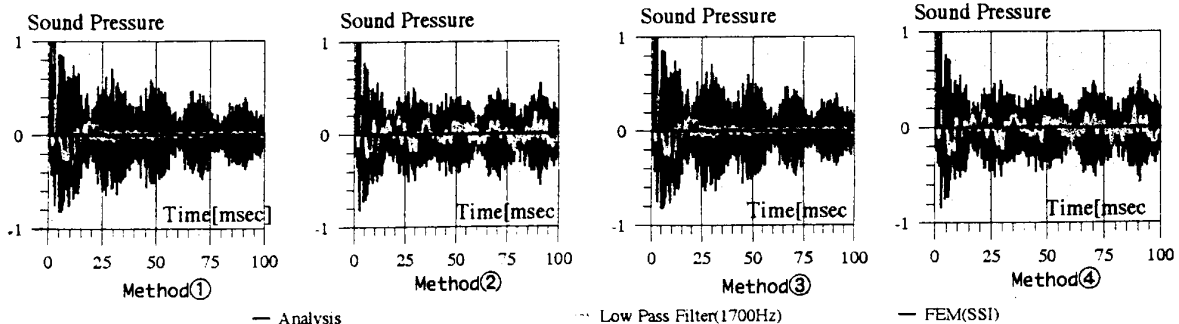


Fig.3 Computed Impulse Response

力された $\{\phi\}$ の差分を取り、 $h(n)$ とする。

Method②、外力として1と-1の離散的データを与え出力された $\{\phi\}$ の差分を取り、加算平均して、 $h(n)$ とする。

Method③、①で与えた外力の差分をとって入力し $h(n)$ とする。

Method④、②で与えた外力の差分をとって入力し加算平均して、 $h(n)$ とする。

解析対象はFig.1に示す長さ1.0mの管(断面積: 0.01m^2)の両端に、多孔質吸音材(グラスウール32k)の500Hzのインピーダンス(吸音率=0.5)を与え、一端の面から上記の外力を入力する。

有限要素は8節点1次要素(E8)、27節点スプライン2次要素(SE27)を用い、分割数は(x, y, z)方向にE8で(20, 2, 2)、SE27で(10, 1, 1)、(7, 1, 1)とした。

4-2.解析結果及び考察

まず、E8によりインパルス応答を4つの手法(Method①~Method④)により求めた。SSIの時間幅(ΔH)を $\Delta H=3.05 \times 10^{-6}$ (msec)以上の数種

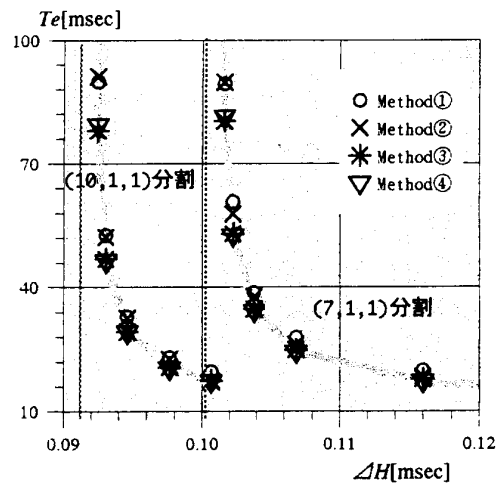


Fig.2 ΔH and T_e

の値に設定し解析を行ったところ全て収束しないことが確認された。

続いて、同様の解析をSE27を用いて行った。 $\Delta H=0.9 \cdot 10^{-3}$ (msec)で収束する波形が得られたものの収束不十分な波形である為に十分に収束した波形を得る為には ΔH を $0.9 \cdot 10^{-3}$ (msec)以下にする必要があることが見出された。

ここで発散するまでの時間[Te]を「出力系列が $3.0 \cdot 10^{38}$ を超える直前の時間」と定義し、このTeと ΔH の関係をFig.2に示す。(10,1,1)、(7,1,1)分割両ケース共に、

1. ΔH を短くとることにより発散しにくくなる
2. ΔH のある値によりTeは漸近線的な挙動を示す
3. Method③、④に対してMethod①、②の方が発散しにくい

と同様の傾向を示している。

Fig.3に $\Delta H=3.05 \cdot 10^{-4}$ (msec)でのMethod①～Method④によるインパルス応答の算定結果と理論値との比較を示す。

ここで擬似的なインパルス信号をFEM解析へ入力した場合、出力されたデータは高周波数の影響により管の短辺方向のモードが発生しているもの

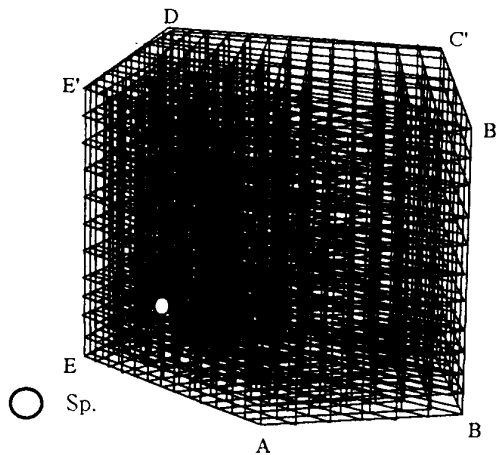


Fig.4 Reverberation Room and its Finite Element Division (In Oita University. $V=150\text{m}^3$)

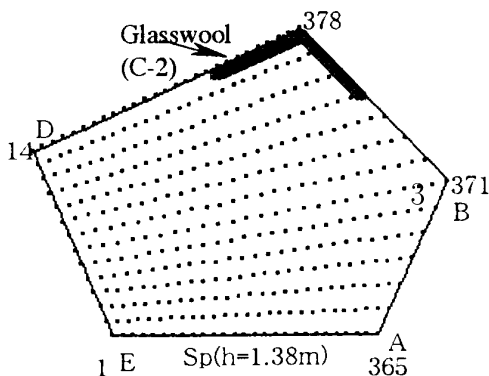


Fig5 Measured and Computed Points. (h=1.2m)

と考えられる。そこで短辺方向の第1次固有周波数が1700Hzであることを考慮してこの周波数のLow Pass Filterにかけたところ、Method①～Method④とも図に示すとおり理論解にほぼ一致する波形が得られた。またMethod②、④に比べてMethod①、③の方がより収束に向かっていることが示されている。

これらの点を総合すればSE27を用いる解析ではTe、または収束の度合より、Method①の手法が最も優れてると思われる。但し、今回の検討の範囲であれば、 ΔH を十分小さくすることでMethod

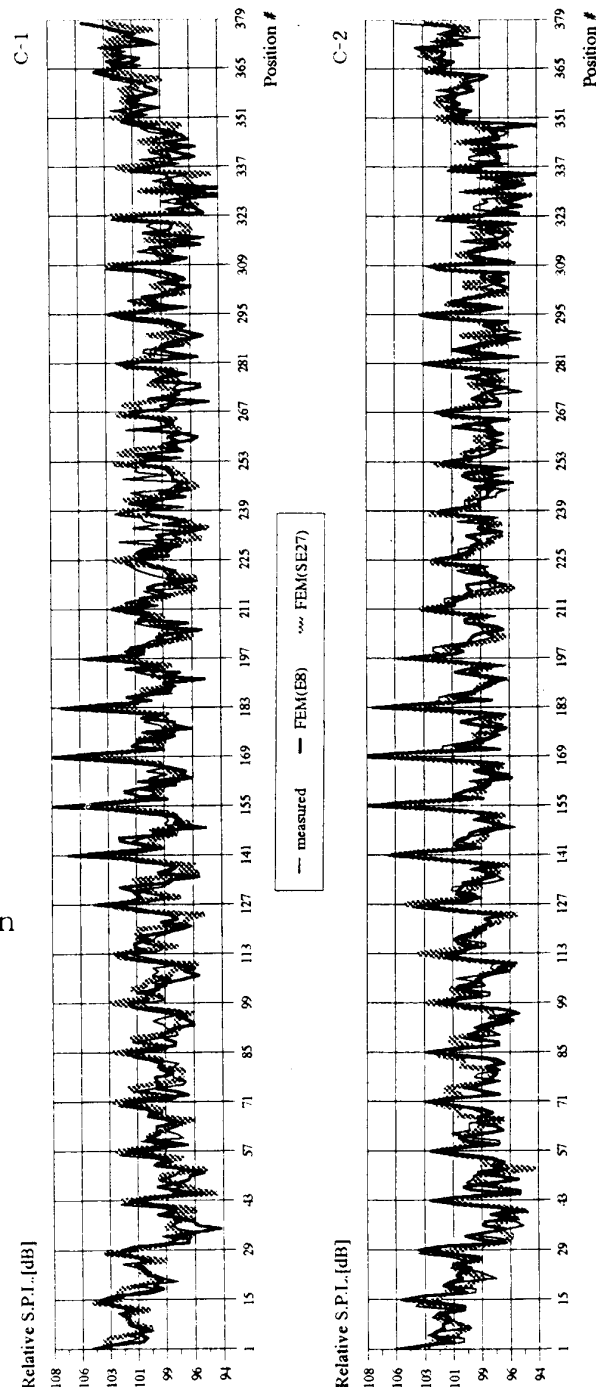


Fig.6 Comparison of Relative Sound Pressure, Measurement vs FEM

①と③は同様な結果が得られる。

5.周波数領域におけるインパルス応答解析 (伝達関数解析)+逆FFT(IR-IFFT)

5-1.解析及び実測設定

I.対象

室：Fig.4に示す大分大学情報処理センター大残響室（不整形、容積：150m³）、内壁は平滑なペイント仕上。試料取付け部を板（50mm厚ベニヤ板+亜鉛板）で塞ぎ室内表面と面一とした上で開口部を設けスピーカ（ウーハー）面を設置した。

音源、受音：中心周波数200Hzの1/3オクターブバンド（ホワイトノイズ）に対する定常音圧応答を、高さ1.2m平面上の壁面近傍を含む378点（Fig.5参照）においてFEM及びデジタルフィルターを用いた実測で求めた。

境界条件：空室（略号、C-1）、及びCの隅角部にグラスウール32K@50mmを設置（C-2）した場合の2種。

II.FEM解析手法

伝達インピーダンス算定方法：IR-IFFTの前段⁸⁾を使用し周波数領域で求め平均している。

要素：E8及びSE27

分割数：E8、SE27ともに同一算定点となるよう、E8=26*26*22要素分割、SE27=13*13*11要素分割とした（Fig.4参照）

5-2.結果及び考察

FEM解析及び実測結果の相対音圧値の平均を揃えて比較したものがFig.6である。E8,SE27いずれの要素を用いても音圧分布の概要は実測値にほぼ一致し、壁際の音圧上昇が捉えられている。音圧の上下変動の一部の詳細に関しては若干相違が認

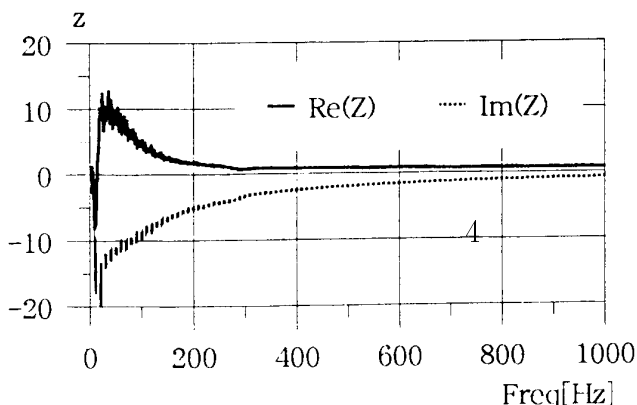


Fig7 Measured Impedance of Glasswool 32K

められるが、グラスウールの有無による材近傍音場の性状もほぼ一致し、全般的にFEMの近似は良好とみなせる。有限要素に関し、内挿関数に1次関数を用いるE8も、全般的な近似は良好で高次要素であるSE27よりも実測値の変化に追随する箇所も認められた。一要素内の節点数が少ないE8は行列のバンド幅が小さく全体で要するメモリ数の節約となる為、各要素の特徴を活かしたFEM解析が可能と考えられる。

ここで解析に使用したグラスウールのインピーダンスは音響管法の1つである伝達関数法（2マイクロフォン法）により実測したものを使用している。得られたグラスウール32K@50mmのインピーダンス実測結果をFig.7に示す。

6.結

FEM音場解析での時間領域におけるインパルス応答導出方法についての検討を行った結果、数値的疑似インパルス入力に対しては高次モードの影響を除去することで有意な応答が得られること、試行した4種の方法の中ではMethod①が有効であることを示した。

また、周波数領域で得られている伝達インピーダンスを用いれば、室内任意点のインパルス応答や任意の2点間伝達関数が算定できる。5章の検討はその精度的な裏付けを与えるものである。

以上、本稿で述べた2つの手法は建築室内音響を解析し、インパルス応答を求めるための重要な基礎となるものと考えている。

参考文献

- 1) T. Otsuru, K. Fujii, "Finite Elemental Analysis on Sound Field in Rooms with Sound Absorbing Materials, "Inter-Noise 94., pp.2011-2014, 1994
- 2) 内田、大鶴、富来、「有限要素法による室内音場解析に関する研究-その1-、-その2-」、建築学会大会梗概集、pp.41-44, 1998年9月
- 3) 大鶴、藤田、Purnomo、内田、富来、「有限要素法による残響室内音場解析に関する研究-8及び27節要素を用いた解析と実測との対応について-」、建築学会大会梗概集、pp.45-46, 1998年9月
- 4) 大鶴、矢野、高橋、「残響室内音場の有限要素解析」熊大工学研究報告大44巻大2号、pp.23-28, 1995年7月
- 5) 崔、橋、「有限要素法による室内音場のインパルス応答の数値計算」、音響学会誌、pp.328-333, 1993年
- 6) 大鶴、「ホールの数値音場解析の展望と課題」日本音響学会講演論文集、投稿中、1998年9月
- 7) 城戸、山崎、板倉、劉、多数回平均のみによるインパルスレスポンス推定の一方法、日本音響学会誌、49巻3号pp.153-159, 1993年
- 8) 大鶴他、「有限要素法による室内音場解析に関する研究」建築学会大会学術講演梗概集、pp.91-92, 1997年9月