

定ゲインフィードバックを用いた室内音場制御*

宮崎慶太 鮫島俊哉 (九州大)

1 はじめに

室内の音響特性を制御したい場合、室形状の変更や吸音材などを用いるパッシブな方法では特に低音域において効果を得ることが困難な場合がある。この場合、スピーカなどの電気音響機器を用いるアクティブ音場制御が有効であり、その例としてアクティブノイズコントロール(ANC)が挙げられる。

ANCにおいて、音場全体を制御対象として扱う場合、波動方程式を用いて音場を数理的に表現することが必要である。研究例として、Nelsonらのアクティブモード制御と呼ばれる、波動方程式のモード解析による周波数応答関数に基づいた、フィードフォワード制御による閉空間内全体の音響エネルギーの低減手法などがある。しかし、これらのフィードフォワード制御を用いる場合には、主音源のリファレンスが必要であり、主音源が移動する場合や時間波形がインパルスである場合は制御効果は保証されない。

音場内の任意の音源～受音点間の伝達特性は、その伝達関数の極に大きく影響を受け、それが音場全体の音響特性を決める。そこで本研究では音場全体を制御するために、伝達関数の極を制御することができるフィードバック制御を用いて音場のダイナミクスを調整する。

音響問題にフィードバック制御を適用した研究の中に、状態空間法に基づく現代制御理論を適用したものがある。鮫島らは一般的な音場への適用を目指して有限要素法を用いて音場の状態方程式を構成し、音場全体を制

御対象として状態フィードバック制御により室内音場制御を試みている。ただし、この状態フィードバック制御はすべての状態についての情報を必要とするため、システムの構成はかなり複雑になる[1]。Clarkらはアクチュエータとセンサを近接した場所に設置し、出力をフィードバックさせる“Direct output-feedback control”を用いて、1次元音場を対象としたアクティブモード制御を行った[2]。このDirect output-feedback controlではシステムの安定性が保証されることが証明されている[3]。また、Clarkらは定ゲイン出力フィードバックを用いて振動板とその音響放射を制御対象として研究を行い、出力フィードバックで利用可能であるDual Levine-Athansアルゴリズムを用いて、簡単なシステム構成で一定の成果を得ている[4]。

そこで本研究では、音場全体を制御対象として定ゲイン出力フィードバックにより室内音場制御を行う。その際、制御対象のモデル化には任意の音場へ適用できる有限要素法(FEM)を用い、制御器の設計にはDual Levine-Athansアルゴリズムを用いる。Direct output-feedback controlを用いている為、システムの安定性は保証されている。提案する制御システムの概略図を図1に、システムのブロック図を図2に示す。計算機シミュレーションでは、アクチュエータの個数や設置位置、評価関数の重みに関する検討を行いその制御効果を検証する。

2 提案する制御システム

2.1 音場の状態空間表現

ここでは制御対象である音場を状態空間で表現するために、FEMを用いて状態方程式を構成する方法を示す。

速度ポテンシャル ϕ に関する非同次の波動

* Active damping of enclosed sound fields through constant gain feedback control, By Keita Miyazaki and Toshiya Samejima. (Kyushu Univ.)

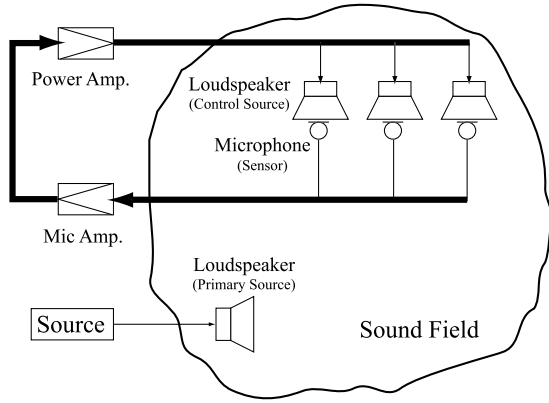


図1 提案する制御システムの概略図

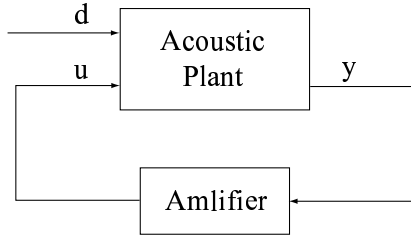


図2 システムのブロック図

方程式

$$\nabla^2 \phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = -q \quad (1)$$

に対して、領域 Ω 、境界 Γ として FEM を適用すれば次式が得られる。

$$M\ddot{\phi} + C\dot{\phi} + K\phi = fv \quad (2)$$

ただし、

$$\begin{cases} M_{ij} = \frac{1}{c^2} \iiint_{\Omega} N_i N_j dV \\ D_{ij} = -\rho \iint_{\Gamma} \frac{1}{z} N_i N_j dS \\ K_{ij} = \iiint_{\Omega} \text{grad} N_i \cdot \text{grad} N_j dV \\ f_i = \iiint_{\Omega} q N_i dV \end{cases}$$

ただし、 c は空気中の音速、 q は音源の強さの分布である。 ϕ は各節点における速度ポテンシャル ϕ を要素とするベクトル、 u は音源の強さ、 ρ は空気の密度、 z は境界面の音響インピーダンス、そして N_i は i 番目の節点における内挿関数である。式 (2) を状態空間で表現すると式 (3) となる。

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (3)$$

ただし、

$$A = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}D \end{bmatrix}, x = \begin{Bmatrix} \phi \\ \dot{\phi} \end{Bmatrix}, \\ B = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ M^{-1}f \end{Bmatrix}, C = \{ \mathbf{0} \ 0 \dots 0 \ \rho \ 0 \dots 0 \}$$

ただし、 I は単位行列である。

2.2 評価関数

ここで、式 (3) で表されるシステムの最適制御問題を考える。最適制御問題とは、以下の評価関数を最小にするような入力 u を求める問題である。

$$J = \int_0^{\infty} x^T Q_1 x + u^T Q_2 u dt \quad (4)$$

ただし、状態量に対する重み Q_1 は半正定、操作量に対する重み Q_2 は正定である。

本研究では、物理的に明確なパラメータとして制御器を設計するために、式 (4) の評価関数と音場の音響エネルギーを関連付ける。音場を FEM を用いて表した場合、音響エネルギー E の瞬時値は、

$$\begin{aligned} E &= \frac{\rho}{2} \sum_n \left\{ \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_n^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_n^2 \right\} V_n \\ &\quad + \frac{\rho}{2c^2} \sum_n \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)_n^2 V_n \\ &= \phi^T \frac{\rho}{2} K \phi + \dot{\phi}^T \frac{\rho}{2} M \dot{\phi} \\ &= \begin{Bmatrix} \phi \\ \dot{\phi} \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} \frac{\rho}{2} K & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \frac{\rho}{2} M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi \\ \dot{\phi} \end{Bmatrix} \\ &= x^T Q_1 x \end{aligned} \quad (5)$$

ただし、 $(\phi)_n$ は n 番目の要素の速度ポテンシャル、 V_n は n 番目の要素の体積である。式 (5) のように Q_1 を定義することで評価関数が音場の音響エネルギーと関連付けられる。

2.3 定ゲイン出力フィードバックによる制御器の設計

本研究では $u = Gy = GCx$ と仮定し、式 (4) を最小にする、定ゲイン出力フィードバック制御を行う。ただし、 G は定フィードバックゲイン行列である。式 (4) に $u = GCx$

を代入すると,

$$J = \int_0^{\infty} \mathbf{x}^T (\mathbf{Q}_1 + \mathbf{C}^T \mathbf{G}^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{G} \mathbf{C}) \mathbf{x} dt \quad (6)$$

P が正定であると仮定すると,

$$J = \text{tr}((\mathbf{Q}_1 + \mathbf{C}^T \mathbf{G}^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{G} \mathbf{C}) \mathbf{L}) = \text{tr}(\mathbf{K} \mathbf{P}) \quad (7)$$

ここで \mathbf{K} と \mathbf{L} は以下の方程式を満たす。

$$0 = \mathbf{K} \mathbf{A}_c^T + \mathbf{A}_c^T \mathbf{K} + \mathbf{C}^T \mathbf{G}^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{G} \mathbf{C} + \mathbf{Q}_1 \quad (8)$$

$$0 = \mathbf{L} \mathbf{A}_c^T + \mathbf{A}_c^T \mathbf{L} + \mathbf{P} \quad (9)$$

ただし, $\mathbf{A}_c = \mathbf{A} - \mathbf{B} \mathbf{G} \mathbf{C}$ である。そのとき, $dJ/d\mathbf{G} = 0$ となるゲイン \mathbf{G}_{opt} は,

$$\mathbf{G}_{opt} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{K} \mathbf{L} \mathbf{C}^T (\mathbf{C} \mathbf{L} \mathbf{C}^T)^{-1} \quad (10)$$

となる。

2.4 Dual Levine-Athans アルゴリズム

この \mathbf{G}_{opt} を求めるために, 本研究では Dual Levine-Athans アルゴリズムを用いた [5]。このアルゴリズムを用いて \mathbf{G}_{opt} を求める手順として, はじめに, システムが安定するような初期ゲイン行列 \mathbf{G}_0 を定義する。すると式 (9) が \mathbf{L} について解ける。さらに式 (8), (11)

$$\mathbf{G} = \mathbf{G}_0 + \theta (\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{K} \mathbf{L} \mathbf{C}^T (\mathbf{C} \mathbf{L} \mathbf{C}^T)^{-1} - \mathbf{G}_0) \quad (11)$$

の二つの非線形方程式から \mathbf{G} と \mathbf{K} が求まる。スカラーのパラメータ θ は $J(\mathbf{G}) < J(\mathbf{G}_0)$ となるように $0 < \theta < 1$ に制限される。具体的には式 (8), (9), (11) を繰り返し解き, $|\mathbf{G}_{i+1} - \mathbf{G}_i| < \epsilon$ となるまで \mathbf{G} を更新する。実際は $\mathbf{G}_0 = 0$, $\mathbf{P} = \mathbf{I}$ とする。

3 計算機シミュレーションによる検討

3.1 計算条件

計算機シミュレーションでは, まず FEM により, 図 3 に示す音場を 1 次 3 角形アイソパラメトリック要素を用いて, 要素数 960, 節点数 525 で離散化し, 音場の状態方程式を

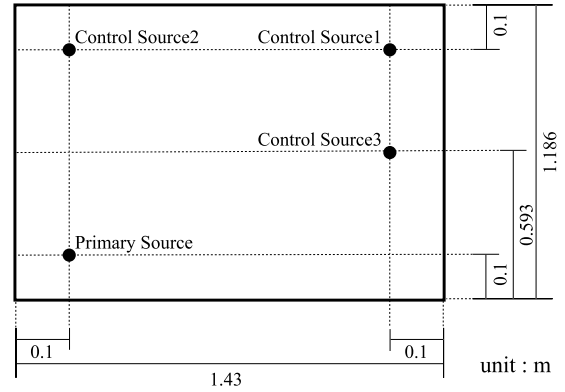


図 3 対象とする音場

構成した。さらに, この状態方程式をモード座標系に変換した後, 10 次までのモードを採用し, Dual Levine-Athans アルゴリズムを用いて制御器を設計した。そして, 得られた制御器を, 解析解を用いて構成した図 3 の音場の状態方程式 (50 次までのモードを採用) と連成させることにより, 全音響エネルギーの周波数応答を計算した。

音源は点音源を仮定し, 空気中の音速: $c = 344.775$ m/s, 空気の密度: $\rho = 1.20189$ kg/m³, すべての固有モードの減衰比を 0.01 とした。

3.2 制御音源の個数と設置位置に関する検討

ここでは, 制御を行わないときと, 制御音源の個数を 1, 2, 3 個としたときの, 全音響エネルギーの周波数応答を比較する。制御位置による違いをみるために, 図 4 には制御音源が 1 個の場合は Control Source1, 制御音源が 2 個の場合には Control Source1, 2 を用いた場合を示し, 図 5 には制御音源が 1 個の場合は Control Source3, 制御音源が 2 個の場合には Control Source2, 3 を用いた場合を示した。ただし, 評価関数中の入力に関する重みは $\mathbf{Q}_2 = 3000$ とした。

図 4, 図 5 を見ると, 制御によって音響エネルギーが減少していることが分かる。また制御音源の数を増やすごとに音響エネルギーの減少量が大きくなっていることも確認できる。制御音源の数が一つするとき, 図 4 と図 5 を比べると, Control Source1 のほうが

Control Source3 よりも大きく減衰している。また、制御音源の数が二つのとき、Control Source1, 2 のほうが Control Source2, 3 よりも大きく減衰している。これは、Control Source3 がモードの節となる場所に位置しているため、制御できないモードがあるからである。つまり、大きな減衰を得ようとする場合、制御音源の位置はモードの節と重ならないようにすべきである。

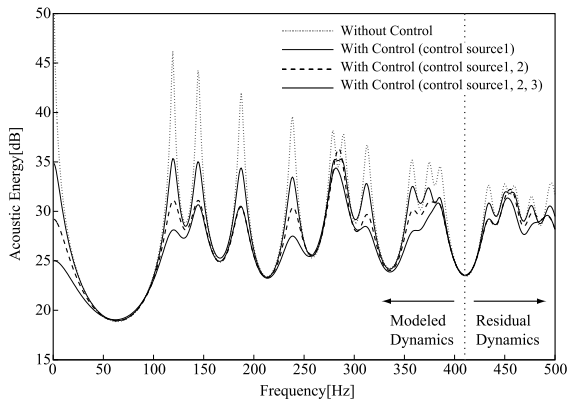


図4 全音響エネルギーの周波数応答 (1)

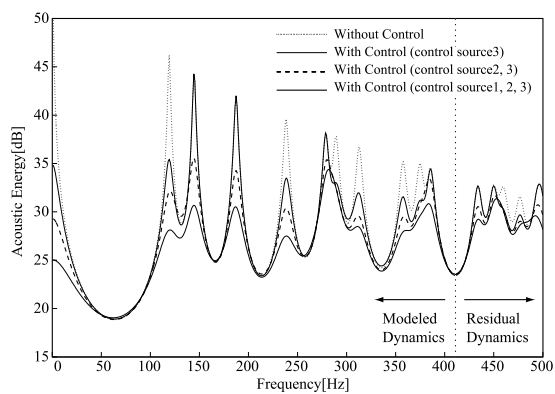


図5 全音響エネルギーの周波数応答 (2)

3.3 入力に関する重み Q_2 に関する検討

図6は、制御を行わない場合と、制御音源の個数が3個 (Control Source1, 2, 3) の場合に $Q_2 = 10000, 5000, 3000$ としたときの、全音響エネルギーの周波数応答の比較を示したものである。

図より、 Q_2 の値を 10000, 5000, 3000 と小さくするにつれて、音響エネルギーの減衰量が大きくなっていることがわかる。ただし、これ以上 Q_2 を小さくすると音響エネルギーが増大する周波数も存在するようになり、所

望の効果は得られない。つまり、適切な Q_2 を決定することは、音響エネルギーの大きな減衰を得るための重要な要因の一つであるといえる。

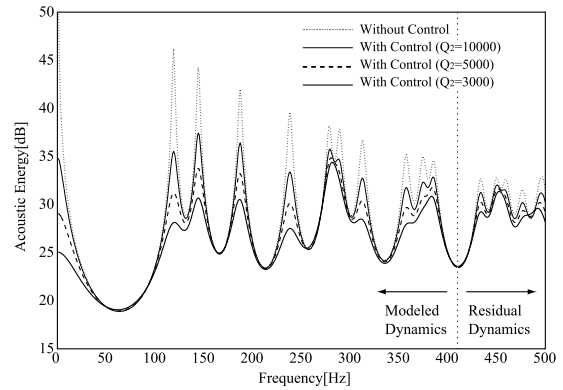


図6 全音響エネルギーの周波数応答 (3)

4 まとめ

本研究では、FEMによる任意音場のモデル化と Dual Levine-Athans アルゴリズムを用いた定ゲイン出力フィードバックを組み合わせた室内音場制御手法を提案した。

計算機シミュレーションを行った結果、提案した制御システムにより音場の全音響エネルギーが減衰することが示された。また、制御音源の個数、設置位置、入力に関する重み Q_2 に関する検討を行い、大きな音響エネルギーの減衰量を得るための指針を示した。

今後の課題は、実験的検討を行い今回の結果の妥当性を確認することである。

参考文献

- [1] 鮫島俊哉, 安岡正人, “状態フィードバック制御による室内残響抑圧” 日本音響学会誌 55 巻第 1 号 12-22 (1999)
- [2] R. L. Clark, and D. G. Cole, “Active Damping of Enclosed Sound Fields through Direct Rate Feedback Control,” J. Acoust. Soc. Am. **97** (3), 1710-1716 (1995).
- [3] M. J. Balas “Direct Velocity Feedback Control of Large Space Structures,” J. Guidance Control **2** (3), 252-253 (1979).
- [4] R. L. Clark, and D.E. Cox, “Multi-variable structural acoustic control with static compensation,” J. Acoust. Soc. Am. **102** (5), 2747-2756 (1997).
- [5] H. T. Toivonen, “A globally convergent algorithm for the optimal constant output feedback problem,” Int. J. Control **41** (6), 1589-1599 (1985).