

# 流れの境界層近似に基づく声門波生成機構のモデル化<sup>1</sup>

曲淵 健太郎, 田部 洋祐, 桃崎 研一郎, 鍋木 時彦 (九州大 芸術工)

## 1 はじめに

有声音の音源である声門波の生成機構を解明するためには, 喉頭内の空気流の振る舞いと, 声帯の弾性体としての運動の二つの側面について理解する必要がある. これらの現象を説明するモデルとしては, 石坂-Flanagan による 2 質量モデル [1] がよく知られている. しかし, このモデルでは声帯表面に生じる流れの境界層の影響が考慮されておらず, 流れのモデル表現において改良の余地があると考えられる. そこで本研究では, 境界層近似に基づいて声門流の振る舞いを表現した上で, 呼気流が声帯に及ぼす圧力を導出し, 声門波の生成機構について考察する.

## 2 生成モデルの概要

図 1 は, 本モデルで用いた喉頭の形状を表しており, 左が気管及び肺側に, 右が声道側に対応している. 座標系は流れの方向に  $x$  軸, 垂直方向に  $y$  軸をとる. また, 声門の形状は常に左右対称であるとする. 声帯はばねとダンパが接続された二つの質量により表現し, 質量は流れと垂直な方向にのみ運動するものとする [2]. 声門を通る流れ

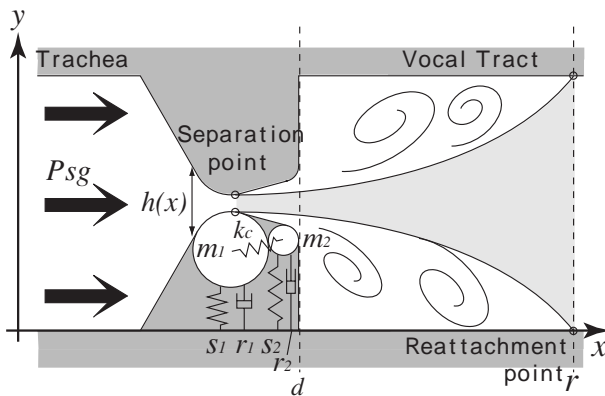


図 1: Outline of the model for the glottal wave generation.

については, 一定の圧のもとで肺から呼気流が送られるが, 声門壁における鉛直方向の速度勾配が 0 となる位置で流れは境界から剥離する. 剥離位置より後方ではジェットが生じ, その外側では渦

流(伴流)が形成される. ここでは, ジェットは下流で管壁に再付着すると考える. また, 圧力は, 大気圧を 0 に基準化して表すことにする.

### 2.1 流体運動のモデル化 [3]

肺からの呼気流を定常で一次元的な非圧縮の流れと仮定すると, 流量  $U_g$  と流れの断面積  $A(x)$  から流速は

$$u(x) = \frac{U_g}{A(x)} \quad (1)$$

のように与えられる. 声門出口と流れの再付着位置の間の領域について運動量の保存を考えると,

$$P(d)A(r) + \frac{\rho U_g^2}{A(d)} = P(r)A(r) + \frac{\rho U_g^2}{A(r)} \quad (2)$$

が得られる. ここで  $P$  は圧力,  $\rho$  は空気の密度,  $d, r$  はそれぞれ声門出口, 再付着位置の  $x$  座標位置を表す. 流れの剥離位置から声門出口までの間で, ジェットのエネルギー損失は無視できるものとし, またジェットの断面積も一定であるとする. これらの仮定より, 出口  $d$  と剥離位置  $s$  に関して  $P(d) = P(s)$ ,  $A(d) = A(s)$  とすることができる. また, 再付着位置での圧力  $P(r)$  は, 母音のように声道に極端なせげめがない状態を考えて, 大気圧と等しいものとする ( $P(r) = 0$ ). これらを式 (2) に代入すると,

$$U_g = A(s) \sqrt{\frac{2P_{sg}}{\rho(1 - 2(N - N^2))}} \quad (3)$$

として流量  $U_g$  を得ることができる. ここで,  $N = A(s)/A(r)$  であり, また  $P_{sg}$  は声門が閉じているときの声門下圧である. 式 (3) は,  $U_g$  が  $A(s)$  や  $\sqrt{P_{sg}}$  に比例することを表している.

### 2.2 剥離位置の推定

境界層は, 流れの粘性の影響によって声帯表面の薄い領域に生じる流速の急勾配である. 流速の声帯表面に垂直な方向の勾配が, 声帯表面において 0 となる位置で境界層の剥離が生じる. この剥離位置を推定するには, 境界層内部の速度分布を知る必要がある. ここでは, この流速分布が相似形であるとし, 多項式で近似した流速分布関数により表現する.

Holstein-Bohlen の方法 [4] に従い, この流速分布を決定づける形状因子

$$K = Z \frac{du}{dx}, Z = \frac{\delta_2^2}{\nu} \quad (4)$$

<sup>1</sup> On Modeling the Generation Mechanism of Glottal Waves Based on the Boundary-Layer Flow Approximation.

By Kentaro MAGARIBUCHI, Yosuke TANABE, Kenichiro MOMOSAKI, Tokihiko KABURAGI (Kyushu Univ.)

を導入することにより、境界層の運動量方程式は以下のように表現される。

$$\frac{dZ}{dx} = \frac{F(K)}{u}, K = Z \frac{du}{dx} \quad (5)$$

ここで、 $\delta_2$  は境界層の運動量厚さ、 $\nu$  は空気の動粘性率である。また  $F(K)$  は境界形状に依存しない普遍的な関数であり、

$$F(K) = 0.470 - 6K \quad (6)$$

と近似される。この場合、 $K = -0.1567$  が剥離の条件となる。つまり、 $K$  の初期値と  $u$  が与えられれば、式(5)により  $Z$  および  $K$  が求められ、これらを微小距離  $dx$  ごとに計算していくことで、剥離する位置を探索することができる。

以上より任意の声門形状における剥離位置が推定され、同時に声門体積流  $U_g$  が与えられる。この結果から、任意の断面における流速と、声帯表面に働く圧力を求めることができる。

### 2.3 圧力の算出

次に呼気の流れから声帯表面に働く圧力を求める。剥離位置までの領域における圧力は、ベルヌーイの定理により定まる圧力  $P_B$  に、粘性による圧力損失  $P_v$  を考慮して、 $P = P_B + P_v$  として与えられる。 $P_B$  は、気管と声門内のある位置との間で非定常ベルヌーイ方程式を考慮し、

$$\rho \frac{\partial \varphi_0}{\partial t} + P_{sg} = \rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{1}{2} \rho u^2 + P_B \quad (7)$$

と与えられる。ここで  $\varphi_0, \varphi$  はそれぞれ気管と声門における速度ポテンシャルを表しており、流速を位置  $x$  に関して積分して

$$\varphi = \int \frac{U_g}{l_g h(x)} dx \quad (8)$$

と書き表せる。ただし  $l_g$  は声帯の長さ（奥行き）、 $h(x)$  は声門の間隔である。 $u = \frac{U_g}{l_g h(x)}$  を用いれば、式(7)は

$$P_B = P_{sg} - \frac{\rho}{l_g} \int_{x_{sub}}^x \frac{1}{h(x)} dx \frac{dU_g}{dt} - \frac{1}{2} \rho \left( \frac{U_g}{l_g h(x)} \right)^2 \quad (9)$$

と変形され、 $P_{sg}$  と  $U_g$  より  $P_B$  を求めることができる。ここで、 $x_{sub}$  は声門入口より上流の位置である。

一方、粘性による圧力損失  $P_v$  については、声門内の流れを平板間の Poiseuille の流れとみなすと、

$$P_v = -\frac{12\mu}{l_g} U_g \int_{x_{sub}}^x \frac{1}{h(x)^3} dx \quad (10)$$

と与えられる。

以上より、流れが剥離するまでの領域における圧力は

$$P = P_{sg} - \frac{\rho}{l_g} \int_{x_{sub}}^x \frac{1}{h(x)} dx \frac{dU_g}{dt} - \frac{1}{2} \rho \left( \frac{U_g}{l_g h(x)} \right)^2 - \frac{12\mu}{l_g} U_g \int_{x_{sub}}^x \frac{1}{h(x)^3} dx \quad (11)$$

と与えられる。

一方、剥離位置よりも下流の領域での圧力、すなわち背圧は、前述のように、剥離位置より声門出口までの領域ではエネルギーの損失はないと仮定し、剥離位置における圧力と等しいものと考ええる。

### 2.4 声帯運動のモデル化

声帯の振動は、ばねとダンパに接続された二つの質量の運動としてモデル化される。質量、ばね係数、抵抗などの声帯の特性量は、石坂-Flanagan [1] が用いたものを参考にした。ただし、声帯の形状については二つの質量に曲率をもたせて表面が滑らかになるように形状を設計した。これにより、流速の  $x$  軸方向の勾配がゆるやかになり、剥離位置を適切に推定することができる。

この二つの質量に接続されるばねは、質量と声帯のボディ部をつなぐばねと、質量同士をつなぐばねの2種類である。前者は声門が開いている時と閉じている時とではばね係数が変わる非線形ばねとし、後者は線形ばねとする。声門面積の初期値を  $A_0$  としたとき、質量の平衡位置は声門の中心から  $A_0/2l_g$  の位置となる。 $y$  をこの平衡位置からの変位（開く方向を正）とすると、声門が閉じる状態は、 $y + A_0/2l_g \leq 0$  において生じる。それぞれの質量に関する運動方程式は、

$$m_{1,2} \frac{d^2 y_{1,2}}{dt^2} + r_{1,2} \frac{dy_{1,2}}{dt} + s_{1,2}(y_{1,2}) + k_c(y_{1,2} - y_{2,1}) = F_{1,2} \quad (12)$$

と与えられる。添字の 1,2 は、それぞれ気管側の質量と声道側の質量を表している。 $m$  は質量、 $r$  は抵抗係数、 $s$  は非線形ばねによる弾性力、 $k_c$  は質量と質量をつなぐ線形ばねのばね係数、 $F$  は空気流から及ぼされる外力である。上式の  $r, s$  については、左右の声帯間の接触面積に応じた評価を行う。すなわち、接触面積とその質量の全面積の比を  $Q$  としたとき、抵抗係数  $r$  は減衰率  $\zeta_{1,2}$  を用いて

$$r_i = 2\zeta_{i(open)} \sqrt{m_i k_i} \cdot (1 - Q) + 2\zeta_{i(close)} \sqrt{m_i k_i} \cdot Q \quad (i = 1, 2)$$

と与えられる。ただし、声門が開いている場合には  $\zeta_{1(open)} = 0.1, \zeta_{2(open)} = 0.6$ 、声門が閉じてい

る場合には  $\zeta_{1(close)} = 1.1, \zeta_{2(close)} = 1.6$  とする。これにより、声帯が接触することによる損失の増大が考慮される。また弾性力  $s$  については、

$$s_i(y_i) = k_i(y_i + \eta_{ki}y_i^3) + h_i \left\{ \left( y_i + \frac{A_{0i}}{2l_g} \right) + \eta_{hi} \left( y_i + \frac{A_{0i}}{2l_g} \right)^3 \right\} \cdot Q \quad (i = 1, 2)$$

とし、閉鎖時には声帯の衝突により生じる反発力(中括弧でくくられた項)を付加する。

流れが声帯に及ぼす外力  $F$  は、流体モデルから得られる圧力に基づいて算出される。

$$F_{1,2} = \int_{mass_{1,2}} P_{1,2} dx \cdot l_g \quad (13)$$

ただし、声門が閉鎖している場合には、

	$F_1$	$F_2$
mass1 のみ閉鎖	$P_{sg}A_{g1}$	0
mass2 のみ閉鎖	$P_{sg}A_{g1}$	$P_{sg}A_{g2}$
mass1, mass2 とともに閉鎖	$P_{sg}A_{g1}$	0

とする。ここで、 $A_{g1}, A_{g2}$  はそれぞれ質量1と質量2の表面積である。

## 2.5 シミュレーションの手順

本モデルによる流れと声帯振動のシミュレーションは、以下のように実行される。

1. 与えられた声門形状から流れの剥離位置を推定する。
2. 剥離位置の断面積をもとに、声門体積流  $U_g$  を算出する。
3. 与えられた  $U_g$  から声門内の各点での圧力を算出し、各質量に働く外力を求める。
4. 各質量の運動方程式から、声帯の運動変位  $y_1, y_2$  を求める。

以上の各ステップを一定の時間刻み幅ごとに繰り返し計算し、声門流の時間変化と声帯の振動パターンとを求める。

## 3 シミュレーション結果

図2の上段は、二つの質量の先端部分における声門面積の時間的な推移を表している。質量1(実線)と質量2(破線)の間には一定の位相差がみられる。なお、図に示した先端部分の断面積が正であっても、場合によっては他の部分で声門が閉じられることが起こり得る。下段は、声門面積の最小値を表している。

声帯振動の様子をより詳しく知るために、図3に一周内(①~⑥)での声門形状(破線)と圧力分布(実線)の変化、および各時点での剥離位置を示した。convergent な声門形状(①)では、声門出口側で剥離が生じ、声帯全体で圧力は高く、声門は押し開かれる。声門がある程度開くと(②)、質量1に働く圧力は減少し、ばねの反発力によって質量1は閉じ始める。声門がdivergent な形状(③)になると、剥離位置は声門入口側に移動し、質量1と同様に質量2も閉じ始める。質量1が先に閉じて(④)、次に質量2も閉じる(⑤)。声帯の接触による反発力が生じて質量1が開き(⑥)、順に質量2も開く(①)。このような過程を経て声帯振動が繰り返される。以上の結果をみると、剥離位置の移動は、声帯振動の保持を助長する役割を果たしていることがわかる。

次に、声門体積流  $U_g$  の時間推移を図4に示す。上段は声門形状に応じて剥離位置を移動させた場合の結果、下段は同じシミュレーション条件で剥離位置を出口付近に固定させた場合の結果である。上段の波形は、声門面積の最小値の時間波形(図2(b))とほぼ一致しており、 $U_g$  が剥離位置における断面積に比例することから、剥離位置と声門面積が最小となる位置とが接近していることが示唆される。また、下段の波形と比較すると、剥離位置を移動させた場合の方が声門開大から閉鎖までの時間が長く、結果として振動周期も長くなっている。このような差は、図3の③のようなdivergent な声門形状での剥離位置の違いが大きな要因となっている。つまり③の声門形状の場合、剥離は入口付近で生じ、出口付近で剥離するとした場合よりも剥離位置での断面積  $A(s)$  が小さくなり、式(3)より  $U_g$  も小さくなる。このため、式(11)より声帯に働く圧力が大きくなり、閉じるまでに時間を要するため、振動パターンに差が生じるものと考えられる。

## 4 まとめ

本研究では、声門内の流れの剥離位置推定を従来の2質量モデルに組み込んだ上で、声帯振動をシミュレーションし、声帯への圧力の働き方や声帯の振動パターンについて検討した。その結果、剥離位置の移動によって声門体積流や圧力は変化し、これらの流れの変化が声帯の振動に与える影響は無視できないことが明らかになった。今後は、境界層近似により得られる境界層厚さやせん断応力の影響を考慮すべく、それらを組み込んだ2次元の声帯振動モデルを構築することが課題である。

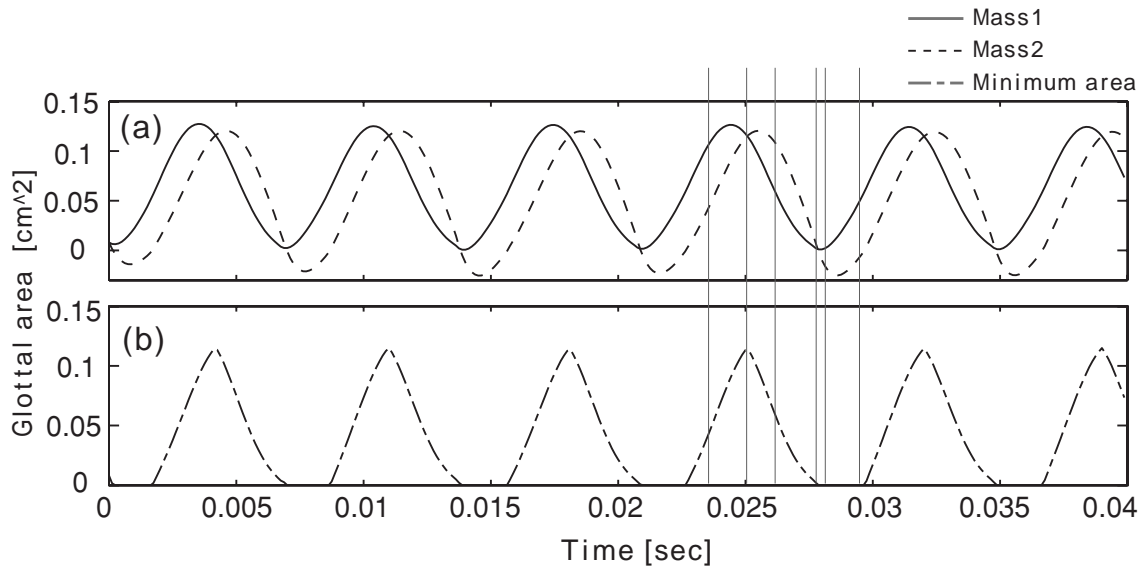


Figure 2: Simulated results for (a) glottal areas of mass1 and mass2, and (b) the minimum glottal area.

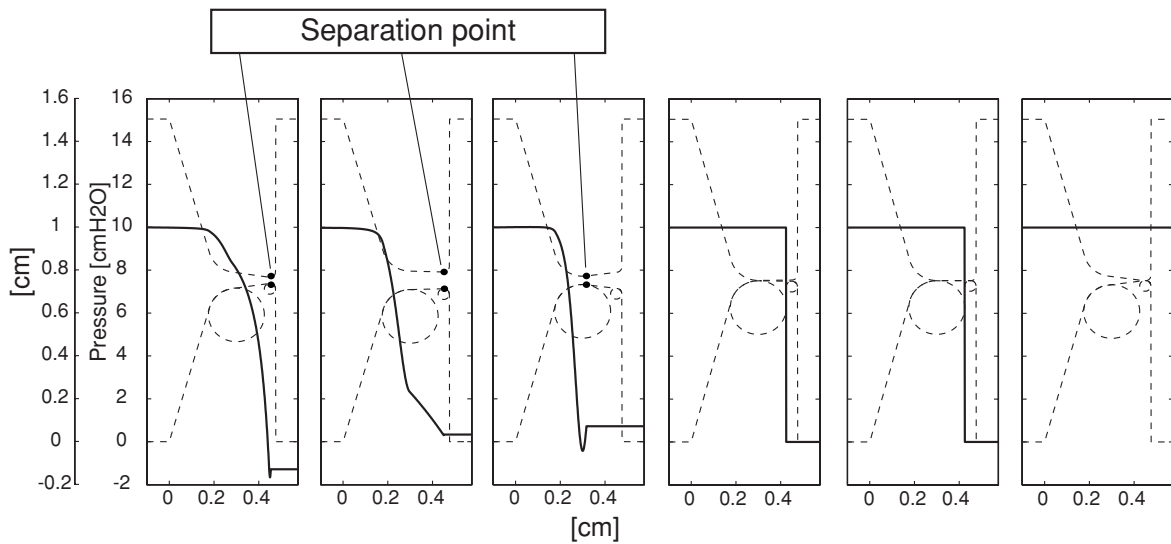


Figure 3: Computed pressure distribution (solid line), glottal shape (broken line) and separation point (dot) during a glottal cycle.

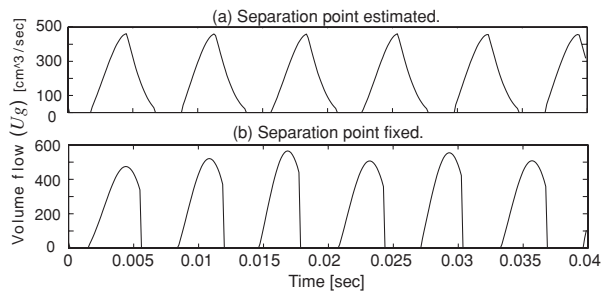


Figure 4: Computed glottal volume flow for when (a) the separation point is estimated and (b) it is fixed.

#### 参考文献

- [1] K. Ishizaka and J. L. Flanagan, "Synthesis of Voiced Sounds From a Two-Mass Model of the Vocal Cords", *Bell Syst. Tech. J.*, 512, pp. 1233-1268 (1972).
- [2] X. Pelorson et al., "Theoretical and Experimental Study of Quasisteady-Flow Separation Within the Glottis During Phonation: Application to a Modified Two-Mass Model", *J. Acoust. Soc. Am.* 96 (6), pp. 3416-3431 (1994).
- [3] David J. Broad, "The New Theories of Vocal Fold Vibration", *Speech and Language: Advances in Basic Research and Practice*, Vol.2, pp. 208-219 (1979).
- [4] Hermann Schlichting, "Boundary-Layer Theory", 7th ed., *McGraw-Hill Series in Mechanical Engineering*, pp. 206-214 (1979).